MODEL PEMROGRAMAN LINEAR PROBABILISTIK: KASUS PARAMETER BERDISTRIBUSI NORMAL

Sani Susanto[1]
Dedy Suryadi[2]
Jurusan Teknik Industri, Fakultas Teknologi Industri Universitas Katolik Parahyangan
Jl. Ciumbuleuit 94, Bandung – 40141. Tlp/Fax: (022) 232700
[1]ssusanto@home.unpar.ac.id
[2]dedy@home.unpar.ac.id

ABSTRAK

Pada tulisan ini dibahas pembentukan Model Pemrograman Linear Probabilistik (MPLP) serta pengembangannya untuk kasus dimana ketiga parameter pemrograman linear merupakan variabel acak berdistribusi normal.

Kata kunci: tujuan, kendala, variabel acak, optimasi.

PENDAHULUAN

Sejak dikembangkan oleh George Dantzig di tahun 1947, Model Pemrograman Linear (MPL) telah digunakan dalam pemecahan masalah optimasi pada pelbagai sektor industri dan jasa. Bahkan survey terhadap perusahaan yang pernah dilakukan oleh Fortune 500 menunjukkan bahwa 85% dari respondennya menggunakan MPL (Winston, 2003).

Secara umum MPL berbentuk:

$$\text{maks/min } z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \qquad (1)$$

dengan kendala:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \le b_i,\ i = 1,\ldots,m \qquad (2)$$

$$x_j \ge 0,\ j = 1,\ldots,n \qquad (3)$$

Dalam hal ini, z disebut *fungsi tujuan*, x_j disebut *variabel keputusan*, c_j disebut *koefisien fungsi tujuan*, a_{ij} disebut *koefisien fungsi teknologi*, b_i disebut *koefisien ruas kanan*. Ketiga koefisien disebut *parameter pemrograman linear*.

Pada MPL terdapat 4 (empat) asumsi yang harus dipenuhi oleh ketiga parameternya, yaitu asumsi proporsionalitas, asumsi aditivitas, asumsi divisibilitas dan asumsi kepastian parameter. Pengertian asumsi proporsionalitas, asumsi aditivitas dan asumsi divisibilitas dibahas pada Winston (2003). Asumsi kepastian parameter mempersyaratkan bahwa ketiga parameter pemrograman linear diketahui dengan pasti nilainya. Pelanggaran terhadap asumsi kepastian parameter dapat disebabkan oleh dua hal. Pertama, salah satu atau lebih dari parameter itu dinyatakan dalam bentuk variabel lingusitik, misalnya dengan ungkapan "sekitar lima ratus". Studi tentang pelanggaran jenis ini menghasilkan topik Pemrograman Linear Kabur (*Fuzzy Linear Programming*). Kedua, salah satu atau lebih dari parameter itu dinyatakan dalam bentuk variabel acak yang diketahui distribusi peluangnya, sehingga dihasilkan topik yang disebut Pemrograman Linear Probabilistik.

Tulisan ini membahas pengembangan model pemrograman linear ke dalam bentuk Pemrograman Linear Probabilistik. Pembaca yang tertarik pada topik Pemrograman Linear Kabur dapat mengacu pada [Susanto dan Adianto (2005), Susanto dan Suryadi (2006[a], 2006[b])]

PEMBAHASAN

Model Pemrograman Linear Probabilistik (MPLP) didapat dengan mengembangkan masalah (1)-(3) yang nilai dari ketiga parameternya (c_j, a_{ij} dan b_i) sudah tertentu, menjadi parameter yang memenuhi distribusi peluang tertentu, sehingga disimbolkan dengan variabel acak, berturut-turut, $\tilde{c}_j$, $\tilde{a}_{ij}$ dan $\tilde{b}_i$.

Perumusan umum MPLP dari Wang (1996) didapat melalui beberapa perubahan berikut:

– fungsi tujuan (1) menjadi berbentuk

$$\text{maks/min } z = \sum_{j=1}^{n} \tilde{c}_j x_j \qquad (1')$$

– kendala (2), menjadi bersifat probabilistik sebagai berikut:

$$P\left(\sum_{j=1}^{n} \tilde{a}_{ij} x_j \le \tilde{b}_i\right) \ge (1-\alpha_i) \qquad (2')$$

dengan $0 < \alpha_i < 1$, $i=1,\ldots,m$. Arti dari notasi (2') mengindikasikan bahwa kendala (2) tidak dijamin pasti akan terpenuhi, melainkan akan terpenuhi dengan peluang tertentu, dalam hal ini dengan peluang sekurang-kurangnyua sebesar $(1-\alpha_i)$.

Pemecahan MPLP dengan fungsi tujuan (1'), dan kendala (2') dan (3) memerlukan teorema berikut, yang buktinya dapat diperoleh pada buku Statistika Multivariat.

<u>**(Teorema-1)**</u> Misalkan

$$\tilde{g}_i = \sum_{j=1}^{n} \tilde{a}_{ij} x_j - \tilde{b}_i \qquad (4)$$

maka $\tilde{g}_i$ berdistribusi normal, dengan

$$\mu_{\tilde{g}_i} = E[\tilde{g}_i] = \sum_{j=1}^{n} E[\tilde{a}_{ij}] x_j - E[\tilde{b}_i] \qquad (5)$$

dan

$$\sigma^2_{\tilde{g}_i} = \mathbf{x}^T D_i \mathbf{x} \qquad (6)$$

dengan

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \\ 1 \end{pmatrix} \qquad (7)$$

dan D_i adalah matriks kovarians:

$$D_i = \begin{pmatrix} \sigma^2_{\tilde{a}_{i1}} & \cdots & \mathrm{Cov}[\tilde{a}_{i1}, \tilde{a}_{in}] & \mathrm{Cov}[\tilde{a}_{i1}, \tilde{b}_i] \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathrm{Cov}[\tilde{a}_{in}, \tilde{a}_{i1}] & \cdots & \sigma^2_{\tilde{a}_{in}} & \mathrm{Cov}[\tilde{a}_{in}, \tilde{b}_i] \\ \mathrm{Cov}[\tilde{b}_i, \tilde{a}_{i1}] & \cdots & \mathrm{Cov}[\tilde{b}_i, \tilde{a}_{in}] & \sigma^2_{\tilde{b}_i} \end{pmatrix} \qquad (8)$$

METODE PENGEMBANGAN MODEL PEMROGRAMAN LINEAR PROBABILISTIK

Seperti telah diuraikan pada sebelumnya, secara umum MPLP adalah model optimasi dengan fungsi tujuan (1') dan kendala (2) serta (3'). MPLP dapat dikembangkan untuk kasus dengan parameter memenuhi distribusi peluang tertentu. Ilustrasi berikut dapat diperhatikan untuk pengembangan MPLP secara metodologis. Diberikan:

- $\tilde{c}_j$ berdistribusi $N(\mu = \mu_{\tilde{c}_j}, \sigma^2 = \sigma^2_{\tilde{c}_j})$,
- $\tilde{a}_{ij}$ berdistribusi $N(\mu = \mu_{\tilde{a}_{ij}}, \sigma^2 = \sigma^2_{\tilde{a}_{ij}})$, dan
- $\tilde{b}_i$ berdistribusi $N(\mu = \mu_{\tilde{b}_i}, \sigma^2 = \sigma^2_{\tilde{b}_i})$.

Pengembangan ini didapat dengan menempuh langkah-langkah berikut ini:

1. Definisikan besaran S_{α_i} sebagai:

$$\Phi(S_{\alpha_i}) = 1 - \alpha_i \qquad (9)$$

dengan Φ adalah fungsi distribusi kumulatif dari distribusi normal baku.

2. Dari (2') didapatkan penurunan:

$$\begin{aligned} P\left(\sum_{j=1}^{n} \tilde{a}_{ij} x_j \le \tilde{b}_i\right) &= P\left(\sum_{j=1}^{n} \tilde{a}_{ij} x_j - \tilde{b}_i \le 0\right) \\ &\overset{\text{dari (5)}}{=} P(\tilde{g}_i \le 0) \\ &= P\left(\frac{\tilde{g}_i - \mu_{\tilde{g}_i}}{\sigma_{\tilde{g}_i}} \le -\frac{\mu_{\tilde{g}_i}}{\sigma_{\tilde{g}_i}}\right) \\ &\overset{\text{dari (7)}}{=} \Phi\left(-\frac{\mu_{\tilde{g}_i}}{\sigma_{\tilde{g}_i}}\right) \\ &\ge 1 - \alpha_i \end{aligned} \qquad (10)$$

3. Dari (10) didapatkan

$$-\frac{\mu_{\tilde{g}_i}}{\sigma_{\tilde{g}_i}} \ge S_{\alpha_i} \qquad (11)$$

4. Dari (5), (6) dan (11) didapatkan:

$$\sum_{j=1}^{n} E[\tilde{a}_{ij}]x_j - E[\tilde{b}_i] + S_{\alpha_i}\sqrt{x^T D_i x} \le 0 \qquad (12)$$

untuk i=1,...,m.

Pengembangan MPLP khusus untuk kasus ketiga parameternya berdistribusi normal menghasilkan model optimasi berikut:

$$\text{maks/min } z = \sum_{j=1}^{n} \tilde{c}_j x_j \qquad (11)$$

dengan kendala

$$\sum_{j=1}^{n} E[\tilde{a}_{ij}]x_j - E[\tilde{b}_i] + S_{\alpha_i}\sqrt{x^T D_i x} \le 0 \qquad (12)$$

$$x_j \ge 0, j = 1, \ldots, n \qquad (13)$$

Dari kendala (12) tampak bahwa sebenarnya MPLP yang dihasilkan sudah tidak lagi merupakan pemrograman linear, melainkan menjadi masalah optimasi dengan fungsi tujuan berbentuk fungsi linear, namun dengan kendala yang nonlinear.

HASIL DAN INTERPRETASI PENGEMBANGAN MODEL

PEMROGRAMAN LINEAR PROBABILISTIK

Untuk memperjelas proses pembentukan MPLP yang dibahas pada bagian sebelumnya, berikut ini akan diberikan ilustrasi, solusi beserta interpretasi dari solusinya. Ilustrasi diambilkan dari kasus yang dibahas pada [Winston, 2003].

Kasus Awal

PT Dakota Furnitur memproduksi tiga macam produk, yaitu meja tulis, meja makan dan kursi. Pembuatan tiap produk ini memerlukan sumber daya kayu, buruh pekerjaan perkayuan dan buruh pekerjaan penyelesaian. Besarnya kebutuhan sumber daya untuk pembuatan per unit produk, ketersediaan tiap sumber daya serta harga per unit produk disajikan pada Tabel 1.

Tabel 1. Kebutuhan sumber daya dan harga per unit produk serta ketersediaan sumber daya

Sumber daya	Meja tulis	Meja makan	Kursi	Tersedia
Kayu (lembar)	8	6	1	48
Jam buruh penyelesaian (jam)	4	2	1.5	20
Jam buruh perkayuan (jam)	2	1.5	0.5	8
Harga/unit (dollar)	60	30	20	

Untuk setiap jenis produk, PT Dakota Furnitur harus menentukan jumlah yang harus diproduksi agar diperoleh pendapatan yang maksimum.

Pada pemrograman linear klasik, masalah dimodelkan melalui pendefinisian variabel keputusan, perumusan fungsi tujuan, dan perumusan kendala.

Untuk PT Dakota Furnitur, definisi variabelnya adalah:

- x_1 = jumlah meja tulis yang diproduksi
- x_2 = jumlah meja makan yang diproduksi
- x_3 = jumlah kursi yang diproduksi

Fungsi tujuan dirumuskan sebagai berikut:

maks z= $60x_1 + 30x_2 + 20x_3$ (14)

sedangkan perumusan kendala-nya adalah:

- kendala keterbatasan jumlah kayu:

$$8x_1 + 6x_2 + x_3 \leq 48 \qquad (15)$$

- kendala keterbatasan jam buruh penyelesaian:

$$4x_1 + 2x_2 + 1.5x_3 \leq 20 \qquad (16)$$

- kendala keterbatasan jam buruh perkayuan:

$$2x_1 + 1.5x_2 + 0.5x_3 \leq 8 \qquad (17)$$

- kendala nonnegativitas variabel keputusan:

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

Pengembangan Kasus Awal:

Bila masalah ini dikembang-kan sehingga parameter pada Tabel 1 bersifat probabilistik, maka didapat Masalah Pemro-graman Linear Probabilistik. Sebagai ilustrasi, misalkan Tabel 1 diubah menjadi Tabel 2.

Tabel 2. Kebutuhan sumber daya dan harga per unit produk serta ketersediaan sumber daya

Sumber daya	Meja tulis	Meja makan	Kursi	Tersedia
Kayu (lembar)	N(8,1.25)	N(6,0.75)	N(1,0.05)	N(48,3)
Jam buruh penyelesaian (jam)	N(4,0.25)	N(2,.0.15)	N(1.5,0.10)	N(20,2)
Jam buruh perkayuan (jam)	N(2,0.05)	N(1.5,0.03)	N(0.5,0.01)	N(8,1)
Harga/unit (dollar)	N(60,3)	N(30,2)	N(20,1)	

Dengan perubahan ini, maka sesuai dengan (1') perumusan fungsi tujuannya adalah tetap berbentuk:

maks z= $60x_1 + 30x_2 + 20x_3$ (14)

Ketidakpastian beberapa sumber daya, misalnya:

1. kendala (15), yaitu kendala keterbatasan jumlah kayu, harus dipenuhi sekurang-kurangnya dengan peluang 0.90. Secara matematis diformulasikan:

$$P(8x_1 + 6x_2 + x_3 \leq 48) \geq 0.90 \qquad (18)$$

Dari (8) didapat:

$\Phi(S_{\alpha_1}) = 1 - \alpha_1$ =0.90 atau

S_{α_1} =1.281

(18')

2. kendala (16), yaitu kendala keterbatasan jam buruh penyelesaian, harus dipenuhi sekurang-kurangnya dengan peluang 0.95. Secara matematis diformulasikan:

$P(4x_1 + 2x_2 + 1.5x_3 \leq 20) \geq 0.95$ (19)

Dari (8) didapat: $\Phi(S_{\alpha_2}) = 1 - \alpha_2 =$ 0.95 atau

S_{α_2} =1.645 (19')

3. kendala (17), yaitu kendala keterbatasan jam buruh perkayuan, harus dipenuhi sekurang-kurangnya dengan peluang 0.99. Secara matematis diformulasikan:

$P(2x_1 + 1.5x_2 + 0.5x_3 \leq 8) \geq 0.99$ (20)

Dari (8) didapat: $\Phi(S_{\alpha_3}) = 1 - \alpha_3 =$ 0.99 atau

S_{α_3} =2.326 (20')

Solusi

Untuk mendapat kendala (12), dengan mengacu pada Tabel 2, digunakan nilai-nilai berikut:

1. $E(\tilde{a}_{11})$ =8, $E(\tilde{a}_{12})$ =6, $E(\tilde{a}_{13})$ =1
2. $E(\tilde{a}_{21})$ =4, $E(\tilde{a}_{22})$ =2, $E(\tilde{a}_{23})$ =1.5
3. $E(\tilde{a}_{31})$ =2, $E(\tilde{a}_{32})$ =1.5, $E(\tilde{a}_{33})$ =0.5
4. $E(\tilde{b}_1)$ = 48, $E(\tilde{b}_2)$ = 20, $E(\tilde{b}_3)$ = 8, serta dari (18'), (19') dan (20') diperoleh:
5. S_{α_1} =1.281, S_{α_2} =1.645, S_{α_3} =2.326.

Adapun besaran yang belum diperoleh adalah besaran matriks kovarians D_i. Matriks ini dapat diperoleh dengan menentukan nilai-nilai:

1. $\text{cov}(\tilde{a}_{11}, \tilde{a}_{12}) = \text{cov}(\tilde{a}_{12}, \tilde{a}_{11})$
2. $\text{cov}(\tilde{a}_{11}, \tilde{a}_{13}) = \text{cov}(\tilde{a}_{13}, \tilde{a}_{11})$
3. $\text{cov}(\tilde{a}_{12}, \tilde{a}_{13}) = \text{cov}(\tilde{a}_{13}, \tilde{a}_{12})$
4. $\text{cov}(\tilde{a}_{21}, \tilde{a}_{22}) = \text{cov}(\tilde{a}_{22}, \tilde{a}_{21})$
5. $\text{cov}(\tilde{a}_{21}, \tilde{a}_{23}) = \text{cov}(\tilde{a}_{23}, \tilde{a}_{21})$
6. $\text{cov}(\tilde{a}_{22}, \tilde{a}_{23}) = \text{cov}(\tilde{a}_{23}, \tilde{a}_{22})$
7. $\text{cov}(\tilde{a}_{31}, \tilde{a}_{32}) = \text{cov}(\tilde{a}_{32}, \tilde{a}_{31})$
8. $\text{cov}(\tilde{a}_{31}, \tilde{a}_{33}) = \text{cov}(\tilde{a}_{33}, \tilde{a}_{31})$
9. $\text{cov}(\tilde{a}_{32}, \tilde{a}_{33}) = \text{cov}(\tilde{a}_{33}, \tilde{a}_{32})$

Perhitungan nilai dari $\text{cov}(\tilde{a}_{11}, \tilde{a}_{12}) = \text{cov}(\tilde{a}_{12}, \tilde{a}_{11})$ dilakukan dengan menentukan fungsi distribusi peluang kedua variabel acak terlebih dahulu, lalu menghitung integralnya.

1. a. fungsi distribusi peluang untuk variabel acak $\tilde{a}_{11} \approx N(\mu = 8, \sigma^2 = 1.25)$ adalah:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{1.25}\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-8)^2}{2(1.25)}}$$

b. fungsi distribusi peluang untuk variabel acak $\tilde{a}_{12} \approx N(\mu = 6, \sigma^2 = 0.75)$ adalah:

$$g(y) = \frac{1}{\sqrt{0.75}\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(y-6)^2}{2(0.75)}}$$

2.

$$\begin{aligned}
&\text{cov}(\tilde{a}_{11}, \tilde{a}_{12}) \\
&= E(\tilde{a}_{11}\tilde{a}_{12}) - E(\tilde{a}_{11})E(\tilde{a}_{12}) \\
&= \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} xyf(x)g(y)dxdy - (8)(6) \\
&= 48 - 48 = 0
\end{aligned}$$

Dari sifat simetris kovarians, didapatkan pula:

$\text{cov}(\tilde{a}_{12}, \tilde{a}_{11}) = \text{cov}(\tilde{a}_{11}, \tilde{a}_{12}) = 0$.

Nilai-nilai kovarians lainnya dihitung dengan cara serupa, yang hasilnya adalah:

1. $\text{cov}(\tilde{a}_{11}, \tilde{a}_{13}) = \text{cov}(\tilde{a}_{13}, \tilde{a}_{11}) = 0$
2. $\text{cov}(\tilde{a}_{12}, \tilde{a}_{13}) = \text{cov}(\tilde{a}_{13}, \tilde{a}_{12}) = 0$
3. $\text{cov}(\tilde{a}_{21}, \tilde{a}_{22}) = \text{cov}(\tilde{a}_{22}, \tilde{a}_{21}) = 0$
4. $\text{cov}(\tilde{a}_{21}, \tilde{a}_{23}) = \text{cov}(\tilde{a}_{23}, \tilde{a}_{21}) = 0$
5. $\text{cov}(\tilde{a}_{22}, \tilde{a}_{23}) = \text{cov}(\tilde{a}_{23}, \tilde{a}_{22}) = 0$
6. $\text{cov}(\tilde{a}_{31}, \tilde{a}_{32}) = \text{cov}(\tilde{a}_{32}, \tilde{a}_{31}) = 0$
7. $\text{cov}(\tilde{a}_{31}, \tilde{a}_{33}) = \text{cov}(\tilde{a}_{33}, \tilde{a}_{31}) = 0$
8. $\text{cov}(\tilde{a}_{32}, \tilde{a}_{33}) = \text{cov}(\tilde{a}_{33}, \tilde{a}_{32}) = 0$

Dengan demikian matriks kovarians D_i adalah:

1. $D_1 = \begin{pmatrix} 1.25 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.75 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.05 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

2. $D_2 = \begin{pmatrix} 0.25 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.15 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

3. $D_3 = \begin{pmatrix} 0.05 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.03 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.01 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Menggunakan bentuk pertaksamaan (12), ketiga kendala awal (18)-(20) berubah menjadi

$$8x_1 + 6x_2 + x_3 - 48 + 1.281\sqrt{1.25x_1^2 + 0.75x_2^2 + 0.05x_3^2 + 3} \le 0 \quad (18^*)$$

$$4x_1 + 2x_2 + 1.5x_3 - 20 + 1.645\sqrt{0.25x_1^2 + 0.15x_2^2 + 0.1x_3^2 + 2} \le 0 \quad (19^*)$$

$$2x_1 + 1.5x_2 + 0.5x_3 - 8 + 2.326\sqrt{0.05x_1^2 + 0.03x_2^2 + 0.01x_3^2 + 1} \le 0 \quad (20^*)$$

Persamaan (18*), (19*), dan (20*).

Penyelesaian pemrograman bukan linear dengan fungsi tujuan (14) dan kendala (18*)-(20*) di atas menghasilkan solusi **x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 9.5632,** dengan nilai fungsi tujuan **z = 191.2644.**

Interpretasi

Berbeda dengan pemrograman linear biasa, pemrograman linear probabilistik dapat mengakomodasi situasi nyata dalam hal kebutuhan dan ketersediaan sumber daya yang tidak bersifat pasti, melainkan bersifat probabilistik mengikuti distribusi tertentu, seperti tercantum pada Tabel 2. Adanya sifat probabilistik tersebut membawa kepada suatu situasi tidak adanya jaminan bahwa kendala yang ada dapat dipenuhi. Kendala yang ada tetap dapat dipenuhi, namun hanya dengan peluang minimal tertentu. Dalam kasus Dakota Furnitur di atas, misalnya, kendala ketersediaan kayu (15) harus dapat terpenuhi dengan peluang setidaknya 0.9.

Menggunakan fungsi tujuan awal (14) dan kendala (18*)-(20*), diperoleh solusi untuk Dakota Furnitur berupa keputusan memproduksi kursi sebanyak 9.5632 unit, dan tidak memproduksi baik meja tulis maupun meja makan. Keputusan ini memberikan pendapatan sebesar $191.2644.

Keputusan tersebut memungkinkan Dakota Furnitur untuk memenuhi ketiga kendala dengan probabilitas setidaknya 0.9 (ketersediaan kayu), 0.95 (jam buruh penyelesaian), dan 0.99 (jam buruh perkayuan).

Solusi optimal dari persoalan awal tanpa modifikasi seperti model (14)-(17) menghasilkan nilai fungsi tujuan sebesar $280. Sementara solusi optimal dari model modifikasi hanya menghasilkan nilai fungsi tujuan sebesar $191.2644. Keunggulan Model Pemrograman Linear Probabilistik memang tidak terletak pada nilai fungsi tujuan yang dicapainya, namun terletak pada kemampuannya untuk lebih menggambarkan situasi nyata, yaitu situasi dimana tidak adanya jaminan bahwa kendala dapat dipenuhi secara pasti.

PENUTUP

Dalam dunia nyata, seringkali tak ada jaminan bahwa pengambil keputusan akan secara pasti dapat memenuhi kendala yang dihadapinya. Pada situasi semacam ini Model Pemrograman Linear Probabilistik memiliki kemampuan untuk lebih menggambarkan situasi yang lebih mendekati dunia nyata, sebab model ini mampu merepresentasikan suatu situasi dimana kendala yang dihadapi tak dapat dipenuhi *secara pasti*, melainkan hanya dapat dipenuhi dengan suatu probabilitas minimal tertentu.

Terbuka kesempatan bagi penelitian lebih lanjut dengan melibatkan jenis distribusi peluang lain, artinya selain distribusi normal, pada parameter pemrograman linear.

DAFTAR PUSTAKA

Susanto, S., dan Adianto H. 2005. **Pemodelan dan Penyelesaian Pemrogram-an Linear dengan Koefisien Fungsi Objektif Berbentuk Bilangan Kabur Segitiga**. Jurnal Ekonomi&Komputer Edisi Agustus 2005, halaman 85-93.

Susanto, S. dan Suryadi, D. (2006[a]). **Pemodelan Masalah Transportasi dengan Koefisien Ongkos Kabur**. Jurnal KajianTeknik dan Sistem Industri INASEA (Industrial and Systems Engineering Assessment Journal), Vol 7, Nomor-1, April 2006, halaman 29-44, Penerbit Universitas Bina Nusantara, Jakarta,

Susanto, S. dan Suryadi, D. (2006[b]). **Pemodelan Masalah Penugasan (Assignment Problem) dengan Koefisien Ongkos Kabur**. Jurnal Matematika & Komputer, Nomor 1/Tahun XXII, Edisi April 2006, hal. 13-24, Penerbit Universitas Gunadarma, Depok.

Wang L.X. 1997. **A Course in Fuzzy Systems and Control**. London: Prentice Hall International.

WinstonW L. 2003. **Operations Research: Applications and Algorithms**. Ed ke-4. California: International Thomson Publishing.